

7. Дата видачі завдання

7 жовтня 2019 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломного проекту	Термін виконання етапів проекту	Примітка
1.	Аналіз сучасного стану розвитку і технічних характеристик БІНС для малих БпЛА	07.10.19-31.10.19	
2.	Аналіз сучасного стану розвитку мікромеханічних акселерометрів.	01.11.19-20.11.19	
3.	Математична модель похибок БІНС.	21.11.19-15.12.19	
4.	Математичні моделі похибок МЕМС акселерометрів.	16.12.19-25.12.19	
5.	Визначення приведенного зміщення нуля акселерометра.	26.12.19-30.12.19	
6.	Характеристика і математична постановка задачі початкової виставки БІНС.	03.01.20-20.01.20	
7.	Алгоритм вирішення задачі початкової виставки БІНС.	21.01.20-20.02.20	
8.	Синтез алгоритму фільтрації для задачі початкової виставки БІНС.	21.02.20-15.03.20	
9.	Моделювання роботи БІНС в режимі початкової виставки в середовищі MathLab.	15.03.20-25.05.20	
10.	Аналіз і графічне представлення результатів моделювання.	25.05.20-30.05.20	
11.	Розроблення плакатів і підготовка доповіді для захисту дипломного проекту.	01.06.20-10.06.20	
12.	Оформлення звітних матеріалів дипломного проекту. Новизна дипломного проекту.	03.01.20-10.06.20	
13.	Захист дипломного проекту.	Червень 2020	

Студент

(підпис)

М.В. Гречко

(ініціали, прізвище)

Керівник дипломного проекту

(підпис)

С.О. Пономаренко

(ініціали, прізвище)

ЗМІСТ

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ.....	9
ВСТУП.....	10
Розділ 1. АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ, ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК І ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ БІНС	12
1.1. Сучасний стан і технічні характеристики авіаційних БІНС	12
1.2. Режими роботи авіаційних БІНС.....	19
1.3. Особливості задачі початкової виставки авіаційної БІНС.....	21
1.4. Аналіз сучасного стану розвитку мікромеханічних акселерометрів.....	21
1.5. Результати патентного пошуку.....	23
Розділ 2. АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПОЧАТКОВОЇ ВИСТАВКИ АВІАЦІЙНОЇ БІНС.....	25
2.1. Розробка математичної моделі похибок БІНС	25
2.1.1. Похибки побудови географічного тригранника	25
2.1.2. Похибки визначення прискорення, швидкості та координат та їх проекцій.....	28
2.2. Розробка математичної моделі похибок МЕМС-акселерометрів	29
2.3. Математична постановка задачі початкової виставки БІНС	37
2.4. Розробка алгоритму початкової виставки БІНС у вигляді фільтра Калмана.....	45
Розділ 3. МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПОХИБОК АКСЕЛЕРОМЕТРІВ НА РОБОТУ БІНС В РЕЖИМІ ПОЧАТКОВОЇ ВИСТАВКИ	50
3.1. Схема математичного моделювання	50
3.2. Результати математичного моделювання	52
ВИСНОВКИ.....	54
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	57

					ВЛз61106.16.77.00.001ПЗ			
<i>Змн.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дат</i>	Вплив похибок акселерометрів на точність початкової виставки безплатформової інерціальної навігаційної системи літального апарату	<i>Літ</i>	<i>Арк</i>	<i>Акрушів</i>
Розробив	Гречко М.В.					8	59	
Перевірив	Пономаренко					НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського» каф. СКЛА гр.		
Реценз.						ВЛ-з61-1		
Н. Контр.								
Затвердив	Збруцький О.В.							

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

ЛА – літальний апарат;

БпЛА – безпілотний літальний апарат;

ІНС – інерціальна навігаційна система;

БІНС – безплатформова інерціальна навігаційна система;

САК – система автоматичного керування;

ЧЕ – чутливі елементи;

КЛГ – кільцевий лазерний гіроскоп;

БЛГ – блок лазерних гіроскопів;

СНС – супутникова навігаційна система;

АК – кварцовий акселерометр;

ВОГ – оптоволоконний гіроскоп;

БЦОМ – бортова цифрова обчислювальна машина;

ШО – шасі обтиснуто;

БФІ – багатофункціональний індикатор;

БІІ – блок інерціальної інформації;

МЕМС – мікроелектромеханічні системи;

ПВ – початкова виставка;

ОФК – оптимальний фільтр Калмана;

					ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ	Лист
Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата		9

ВСТУП

Інерційні навігаційні системи використовуються в системах керування рухом літальних апаратів для автономного визначення координат місцеположення та орієнтації ЛА у просторі. Такі системи перед запуском потребують початкової виставки, яка в свою чергу складається з наступних операцій:

- 1) Початкова виставка осей чутливості інерційних вимірювачів по відношенню до базової системи координат;
- 2) Задання початкових умов по координатах і по швидкості в цій самій системі координат.

Початкову виставку можна визначити як орієнтацію осей, що зв'язані з інерціальними датчиками, відносно деякої базової системи координат, що обирається виходячи з поставленої задачі. Мається на увазі або аналітичне визначення відносної кутової орієнтації двох систем координат, або методика, що дозволяє фізично їх пов'язати. В якості базової системи відліку, відносно якої має бути виставлена система, що пов'язана з інерційними вимірювачами, зазвичай використовується супроводжуючий тригранник однієї з традиційних систем відліку: географічної чи геоцентричної.

Широке використання ІНС в авіації призвело до того, що почали виникати потреби початкової виставки безпосередньо на самому ЛА з рухомою основою. В результаті чого вирішується задача початкової виставки безплатформової інерційної навігаційної системи (БІНС) безпілотного літального апарату (БпЛА), що встановлений на рухомому носії.

Актуальність даної задачі обумовлена необхідністю підвищення точності навігаційних параметрів БпЛА, що запускатиметься з борту носія. Похибки визначення навігаційних параметрів БпЛА, як правило, мають три складові: методичну похибку навігаційного алгоритму, інструментальні похибки інерційних датчиків і похибку визначення початкового положення БпЛА. Вирішення задачі початкової виставки дозволить повністю або частково компенсувати останні дві складові.

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Змн.</i>	<i>Арк</i>	<i>№ докум</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		10

В якості системи для виставки розглянемо БНС, до складу якої входить блок чутливих елементів (БЧЕ), що побудований на трьох лазерних гіроскопах і трьох мікромеханічних акселерометрах.

Метою роботи є розробка алгоритму початкової виставки БНС БПЛА, встановленого на нерухомому носії і аналіз максимальної точності виставки з урахуванням похибок акселерометрів.

Для досягнення поставленої мети необхідно послідовно вирішити наступні задачі:

- 1) Провести аналіз технічної будови і точності характеристик БНС.
- 2) Визначити структуру алгоритму початкової виставки.
- 3) Побудувати математичну модель алгоритму початкової виставки.
- 4) Провести математичне моделювання задачі початкової виставки авіаційної БНС на мікромеханічних інерціальних датчиках по інформації від еталонної ІНС.
- 5) Виконати дослідження залежності похибок початкової виставки БНС від точності її акселерометрів.

Для вирішування перелічених вище задач в роботі виконується огляд літератури як вітчизняних так і зарубіжних авторів.

Розділ 1. АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ, ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК І ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ БІНС

1.1. Сучасний стан і технічні характеристики авіаційних БІНС

Безпілотні ЛА являють собою невід’ємну частину сучасних бойових дій. Вони мають дуже великий спектр застосування: розвідка, наведення високоточної зброї, радіоелектронна боротьба або ж навіть самі можуть бути засобом ураження. Однак більшість БпЛА не в змозі самі виконувати усі вище перераховані дії і являються просто дистанційно керованими ЛА, що повністю залежать від команд із землі та сигналів навігаційних систем. Саме цими слабкими місцями і користується противник: глушать сигнали перешкодами; одночасно роблять намагання «влізти» до контуру управління ЛА, щоб передати йому хибні команди та координати. Як результат БпЛА розбивається, або здійснює посадку в автоматичному режимі і зазвичай прямо до рук противника. Тож виникло питання, як з цим боротися та чим завадити цьому. Єдиним надійним рішенням, на сьогодні, є встановлення на борт БпЛА безплатформову інерціальну навігаційну систему (БІНС), вона забезпечить збереження БпЛА в умовах протидії радіоелектронної боротьби (РЕБ). БІНС комплексована зі спеціальними пристроями, які розпізнають втручання у керування ЛА і переводять його у повністю автономний режим, у якому навігація здійснюється за рахунок координат, що видає БІНС, і ЛА продовжує виконувати заздалегідь запрограмоване завдання. Наприклад політ по точках задля розвідки, політ до об’єкту задля його знешкодження тощо..

Інерціальні навігаційні системи є двох видів: ті, що мають гіростабілізовану платформу, та безплатформові. Перші майже не використовуються у сучасній авіації, оскільки мають обмеження у кутах повороту об’єкту (яких у небі взагалі не має бути), через це трьохвісні гіростабілізатори не можуть використовуватися взагалі, а чотирьохвісні не відповідають вимогам масо-габаритних характеристик.

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Змн.</i>	<i>Арк</i>	<i>№ докум</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		12

БІНС складається з трьох акселерометрів та трьох гіроскопів і магнітометра. ЧЕ міцно закріплені на борту ЛА і їх осі співпадають з осями ЛА (за умови відсутності випадкових похибок). В свою чергу БІНС має похибки у визначенні координат, що накопичується з часом починаючи від моменту точки відліку, яка являє собою останню достовірну координату, отриману від системи супутникової навігації.

Московський інститут електромеханіки і автоматики випускає БІНС двох класів точності БІНС-СП1 та БІНС-СП2 для використання у авіації. Дані системи використовуються у літаках ЯК-130, ТУ-160, АН-70, СУ-35 та інші. Обидві системи конструктивно виконані за класичною схемою, і оснащені влаштованим супутниковим приймачем. Різняться ці системи між собою тим, що БІНС-СП2 має більш швидкодійний вимірювальний блок.

Підприємство ОО «Гиролаб» розробляє БІНС трьох класів точності: системи середньої GL-SVG-03 і підвищеної точності GL-90, GL-100, GL-150 призначені загалом для вирішення задачі автономної навігації. Системи низької точності GL-SVG-02 призначені для стабілізації обладнання. Область застосування розробляємих БІНС досить широка, вони використовуються як для повітряної, так і для наземної та морської техніки (табл.1).

Також вітчизняні підприємства займаються розробкою малогабаритних БІНС. Серед таких систем можна виділити БІНС Компа-Нав-3, яка є розробкою ООО «ТЕКНОЛ». Система представляє собою комбінацію блоку мікроелектромеханічних інерціальних датчиків і приймача супутникової навігаційної системи, що розміщені у корпусі. В таблиці 1 представлені основні порівняльні характеристики БІНС на базі MEMS та звичайних БІНС російського виробництва

Таблиця 1. - порівняльні характеристики БІНС для малих БпЛА

Параметри БІНС для малих БпЛА	Компа-Нав-3	GL-SVG-02	GL-SVG-03	GL-90/ GL-100/ GL-150	БІНС-СП1	БІНС-СП2
Точність визначення координат, км/год	5,5	5,5	5,5	0,4-1,85	3,7	1,85
Точність визначення кута крену, °	0,4	0,4	0,2	0,06/ 0,05/ 0,04	0,05	0,025
Точність визначення кута тангажу, °	0,4	0,4	0,2	0,06/ 0,05/ 0,04	0,05	0,025
Точність визначення кута курсу, кут/хв	-	-	-	0,2/ 0,12/ 0,08	0,1	0,025
Тип гіроскопа	MEMS	ВОГ/ME MS	ВОГ/ME MS	ВОГ/ MEMS	БЛГ-1 (• P _{СВ} = 28см) (віброп ідвіс)	БЛГ-1 (• P _{СВ} =2 8см) (вібропі двіс)
Тип акселерометра	MEMS	MEMS	MEMS	MEMS	АК-15	АК-15
Корекція БІНС за даними приймача СНС	+	+	+	+	+	+
Зовнішні впливаючі фактори та умови використання						
Кутові швидкості, кут/с	±25 0	±300	±220	±400/ ±250/ ±100	-	-

Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата

ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ

Лист

14

Лінійні прискорення, g	±5g	±5g	±5g	±30g	-	-
------------------------	-----	-----	-----	------	---	---

Серед зарубіжних компаній, що займаються розробкою БІНС можна виділити такі компанії: «Lition», на сьогоднішній день її розробки продовжує американська воєнно-промислова компанія «Northrop Grumman» (даний виробник випускає БІНС двох класів точності на базі КЛГ і ВОГ та MEMS-акселерометрів), також американську компанію «Honeywell» та французьку компанію «Safran», яка випускає БІНС високої точності, в якості ЧЕ у даних системах використовуються КЛГ і компенсуючі акселерометри з маятниками з кварцу. В таблиці 2 наведені порівняльні характеристики зарубіжних БІНС на базі MEMS та звичайних БІНС:

Таблиця 2. – Порівняльні характеристики авіаційних інтегрованих БІНС

Параметри БІНС для малих БПЛА	LN-120G «Northrop Grumman»	LN-251 «Northrop Grumman»	Sigma-95N «Safran»	HG-2170 «Honeywell»
Точність визначення координат, км/год	0,9	1,5; 1,85; 3,7	0,9	3,7
Точність визначення кута крену, °	0,02	0,01	0,03	0,01
Точність визначення кута тангажу, °	0,02	0,01	0,03	0,01

Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата
------	-----	---------	--------	------

Точність визначення кута курсу, кут/хв	0,026	0,02	0,05	0,05
Тип гіроскопа	КЛГ	ВОГ	КЛГ	КЛГ
Тип акселерометра	MEMS	MEMS	маятниковий	кварцовий
Корекція БІНС за даними приймача СНС	+	+	+	+

Як приклад найсучаснішого мікро-БІНС можна привести розробку російського виробництва, мініатюрний інерціальний пристрій позиціонування, або скорочено – GIMU-OEM. Це новий БІНС, який призначений, передусім, для використання у військовій авіації, котра має потребу у дії навіть у випадку втрати або сильного заглушення сигналів ГЛОНАСС/ GPS; однак існує ще другий тип виробу, спеціалізований, який призначений для вбудовування безпосередньо в прилади супутникового ГЛОНАСС/ GPS моніторингу автотранспорту і в системи стабілізації обладнання. Надлегкий модуль завдяки своїм розмірам (за розмірами банківської картки та менше) має дуже великий діапазон використання: від навігаційних систем стратегічних бомбардувальників, до систем наведення авіаційних ракет і мініатюрних БпЛА. Мікроблок, що має об'єм близько 30 сантиметрів кубічних (більше характеристик у табл.3), містить у собі кращі (в своєму класі) мікромеханічні датчики на основі кремнію.

Таблиця 3. – Характеристики сучасної мікро-БІНС GIMU-OEM для БпЛА

Мікро-БІНС	GIMU-OEM (Росія)
------------	---------------------

Об'єм мікроблоку, см ³	30
Товщина мікроблоку, мм	14
Маса мікроблоку, г	60
Інтегроване ПЗ (у блок)	+
Швидкість розрахунку навігаційних параметрів, мс	1-2
Стикування із сучасними САК	+
Аналогові канали керування	4
Різноманітні точнісні характеристики, °/год	від 10-100 (мікромеханіка) до 0,005-10 (оптоволокну)

Тож можна зробити такий висновок, мікро-БІНС у порівнянні зі звичайною БІНС має деякі переваги та недоліки:

Переваги – значно менші масо-габаритні характеристики, набагато доступніша за ціною, має вбудоване ПЗ, універсальна у використанні;

Недоліки – менша точність ніж у звичайної БІНС, створена лише для малих БпЛА.

Незважаючи на різноманітність БІНС, початкова виставка – є одним з основних її режимів роботи без якого, на жаль, система не буде працювати коректно.

1.2. Режими роботи авіаційних БІНС

Система має наступні основні режими роботи:

- 1) початкова виставка;
- 2) навігація;

- 3) курсовертикаль;
- 4) резервний за відмови БЦОМ.

В режимі початкової виставки проводиться орієнтування приладового тригранника відносно географічної системи координат. Тобто, формується математична модель «платформи», в осях якої реалізується режим навігація. Початкова виставка має наступні підрозділи:

- виставка математичним гірокомпасуванням, при якій на основі отриманих даних по географічних координатах місця виставки і показників інерціальних датчиків від БЦОМ, СНС чи збереженого у пам'яті від попереднього польоту формуються всі кути орієнтації;

- виставка згідно запам'ятованого курсу, при якій на основі отриманих даних по географічних координатах місця виставки і показників інерціальних датчиків від БЦОМ, СНС чи збереженого у пам'яті від попереднього польоту формується кутове положення вертикалі, а істинний курс або задається згідно БЦОМ, або використовується той, що збережений у пам'яті з минулого польоту;

- повторний запуск у повітрі, при якому, у випадку початкового ввімкнення системи під час польоту, на основі показників інерціальних датчиків і інформації або від іншої БІНС, яка працює в режимі навігація, чи від СНС формуються усі кути орієнтації;

- у випадку початкового ввімкнення системи під час польоту і за відсутності інформації від іншої БІНС чи СНС система переходить у режим курсовертикалі, в якому формується тільки пілотажна інформація.

Початкова виставка починається автоматично при подачі живлення на БІНС. За наявності команди ШО і відсутності інформації по географічним координатам виконання режиму припиняється і система формує запит до БЦОМ. У процесі виставки проводиться контроль достовірності інформації щодо визначення широти. У разі недостовірності також формується запит до БЦОМ.

В режимі навігація система формує три види навігаційної інформації – інерціальну, гібридну (ІНС+СНС), СНС і пілотажну відносно географічної, зв’язаної та траєкторної систем координат. Формування гібридної інформації дозволяє реалізувати додатковий контроль достовірності і цілісності інформації СНС.

Принципово новим для ІНС є резервний режим. Він реалізується у випадку відмови БЦОМ. Система продовжує працювати у режимі навігація, її інформаційний обмін з БЦОМ припиняється, встановлюється безпосередній інформаційний обмін з БФІ, включаючи керування. При цьому можуть вирішуватися такі задачі:

- повернення на заданий аеродром;
- захід на посадку;
- повторний захід на посадку.

В якості підсумку цього розділу зауважу, що без режиму початкової виставки система не працюватиме згідно вимогам. Проте у здійсненні цей режим має деякі особливості.

1.3. Особливості задачі початкової виставки авіаційної БІНС

Задачею початкової виставки являється визначення параметрів орієнтації об’єкта відносно Землі в початковий момент часу його навігації. Однак окрім цього є ще одна задача – визначення вимог до характеристик точності інерціальних датчиків за наявності відомих вимог до точності початкової виставки. Для вирішення цих задач використовують виключно математичні моделі, які включають у себе систему рівнянь параметрів орієнтації БІ відносно Землі та систему рівнянь відносно похибок параметрів орієнтації. Похибки параметрів орієнтації формуються з інерціальних датчиків.

Які в свою чергу мають різні точносні характеристики та параметри. Розглянемо стан розвитку сучасних MEMC-акселерометрів.

1.4. Аналіз сучасного стану розвитку мікромеханічних акселерометрів

Основними компаніями-виробниками MEMC акселерометрів є: STMicroelectronics, Silicon Sensing та Analog Devices. У таблиці 4 приведені назви та характеристики мікромеханічних акселерометрів вироблених переліченими раніше компаніями.

Таблиця 4. – технічні характеристики MEMC акселерометрів

MEMC акселерометри	LIS244AL	LIS331AL	Gemini CAS200/11/12/13/14/15	ADXL203	ADXL356
Кількість осей чутливості	2	3	2	2	3
Напруга живлення, В	2,40...3,60	3,00...3,60	2,70...3,60	3,00...4,80	2,25...3,60
Інтерфейс	аналоговий	аналоговий	аналоговий	аналоговий	аналоговий
Чутливість, В/g	0,42	0,478	1,67-0,30	0,37	0,43
Діапазон вимірювання, g	±2	±2	±0,85-96	±25	±10-40
Тип корпусу	LLGA	LLGA	LCC14	LCC8	LCC14
Габарити	4,0×4,0×1,5	3,0×3,0×1,	10,4x6x2	5,0x5,0x2,	6,0x5,6x2,

Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата

корпусу, мм		0	,2	0	05
-------------	--	---	----	---	----

Опис кожного з акселерометрів приведених у таблиці 4:

LIS244AL, LIS344AL – вироблені компанією STMicroelectronics, дуже компактні двох- та трьохосьові акселерометри, проте призначені вони для визначення невеликих прискорень. Акселерометри мають дуже низький рівень шумів при мінімальному споживанні енергії, що є особливо важливим для систем з батарейним живленням. Сенсори призначені для широкого спектру використання: охоронні системи, дистанційне керування об'єктами, керування споживанням енергії з урахуванням переміщення, а також спортивні та медичні прилади.

Gemini CAS200/211/212/213/214/215 – вироблені компанією Silicon Sensing, двохвісні акселерометри кожен ЧЕ з яких являє собою пружинну масу у вигляді «гребінки», яка може здійснювати переміщення всередині іншої нерухомої «гребінки» за рахунок яких відбувається зміна ємності по мірі наближення або віддалення цих «гребінок» одна від одної. Основні показники: наявність аналогового та цифрового виходів, високі показники лінійності та стабільності, незначні власні шуми, широка полоса пропускання, вбудований температурний датчик, розширений діапазон робочих температур, низька потреба у потужності, мала питома вартість.

ADXL203, ADXL356 – розроблені компанією Analog Devices, двох- та трьохосьовий акселерометри відповідно, мають широку полосу пропускання, з низьким шумом, малим поглинанням живлення, малим дрейфом та аналоговими виходами. Виробником рекомендовані для нових розробок.

Тепер, володіючи деякою інформацією про MEMS-акселерометри: їх різновиди, характеристики, виробники та загальне уявлення про ці ЧЕ, треба проаналізувати патенти з винаходами на базі цих датчиків та зробити висновки для подальшої роботи.

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Змн.</i>	<i>Арк</i>	<i>№ докум</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		21

1.5. Результати патентного пошуку

Питання початкової виставки БНС є досить важливим і йому присвячено багато наукових робіт.

Патент №2238522, що був опублікований 20.10.2004р. має назву «Комплекс початкової виставки інерціальної системи». Дана робота присвячена виставці ІНС на рухомій основі відносно Землі (корабель, літак-носій, тощо..). До складу даного комплексу входять ІНС ЛА, базова система навігації об'єкта-носія, проміжна ІНС, блоки формування невязки, блоки розрахунку руху основи, блоки фільтрації, блоки аналізу стану. Недоліком даного винаходу є необхідність мати для кожного базуючого ЛА окрему проміжну ІНС у якості коректора. При цьому є потреба у значно більшій кількості часу для початкової підготовки БНС ЛА, що базується на кораблі. Як результат, використання даного винаходу дозволяє привести до готовності керуемий об'єкт, в тому числі і ЛА, за час, що не перевищує 30 секунд, без втрати вимог щодо точності.

Патент №2279635, що був опублікований 10.07.2006р. присвячений способу визначення початкової виставки безплатформового інерціального блоку (БІБ) відносно базової системи координат. Спосіб початкової виставки приладової системи координат БІБ керуемого об'єкту, встановленого на пусковій установці відносно базової (стартової) системи координат, матеріалізованої стабілізованою платформою курсовертикалі, також встановлений на пусковій установці здійснюється комбінованим способом, що використовує автономне визначення положення приладової системи координат згідно сигналам акселерометрів БІБ відносно площини горизонту і метод векторного узгодження систем координат для визначення положення приладової системи координат в азимуті. Технічний результат даного винаходу полягає у скороченні часу і збільшенні точності визначення початкової виставки приладової системи координат БІБ відносно стартової системи координат.

У приведених вище патентах задача початкової виставки вирішувалась завдяки блоку фільтрації, а точніше оптимальний фільтр Калмана, який

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	Лист
						22
Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата		

дозволяє підвищувати точність початкової виставки за рахунок зменшення похибок. Для роботи даного фільтру необхідно знайти моделі похибок.

					ВЛз61106.16.77.00.001ПЗ	Лист
Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата		23

Розділ 2. АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПОЧАТКОВОЇ ВИСТАВКИ АВІАЦІЙНОЇ БІНС

2.1. Розробка математичної моделі похибок БІНС

Основною ідеєю інерціальної навігації є двократне інтегрування вимірних прискорень. Методом побудови БІНС є розміщення інерціальних датчиків, акселерометрів та гіроскопів, безпосередньо на борту ЛА

Математична модель похибок БІНС являє собою систему рівнянь похибок датчиків чутливих елементів, а саме акселерометрів та гіроскопів. Складається з похибок побудови географічного тригранника, похибок визначення прискорень, швидкості та координат і їх проєкцій.

2.1.1. Похибки побудови географічного тригранника

В основі алгоритму роботи БІНС лежить проєктування вимірних даних із приладової системи координат до інерціальної, це можливо завдяки матриці переходу, вона ж матриця напрямних косинусів C , яка визначає взаємну орієнтацію зв'язаного та географічного тригранників. Цю матрицю можна отримати із розв'язку загального рівняння Пуасона [7, с. 136]:

$$\dot{C} = C[\omega] - [\Omega]C, \quad (2.1)$$

де:

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

$[\omega]$ та $[\Omega]$ – кососиметричні матриці проєкцій векторів абсолютної кутової швидкості зв'язаного та географічного тригранників відповідно;

$$[\omega] = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}; \quad [\Omega] = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_\zeta & \Omega_\eta \\ \Omega_\zeta & 0 & -\Omega_\xi \\ -\Omega_\eta & \Omega_\xi & 0 \end{pmatrix}.$$

Однак на практиці зазвичай замість точних значень фігурують значення з похибками, тож рівняння матриць матиме такий вигляд:

$$[\omega] = [\omega] + [\delta\omega], \quad (2.2)$$

де:

$$[\omega] = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}; \quad [\delta\omega] = \begin{pmatrix} 0 & -\delta\omega_z & \delta\omega_y \\ \delta\omega_z & 0 & -\delta\omega_x \\ -\delta\omega_y & \delta\omega_x & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогічно з матрицею $[\Omega]$:

$$[\Omega] = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_\eta \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_\xi \\ -\Omega_\eta & \Omega_\xi & 0 \end{pmatrix}; \quad [\delta\Omega] = \begin{pmatrix} 0 & -\delta\Omega_z & \delta\Omega_\eta \\ \delta\Omega_z & 0 & -\delta\Omega_\xi \\ -\delta\Omega_\eta & \delta\Omega_\xi & 0 \end{pmatrix}.$$

Введемо розрахункову матрицю напрямних косинусів \tilde{C} , що не дорівнює істинній матриці C .

Використання матриці C в алгоритмах БНС для перерахунку змін векторних величин призведе до того, що всі вимірювання будуть перераховані до осей тригранника, що не співпадатиме з географічним. Розузгодження між розрахунковим та істинним географічним тригранниками можна визначити за допомогою малих кутів $\delta\alpha, \delta\beta, \delta\chi$ – похибка в азимуті та похибки побудови вертикалі відповідно.

Перехід від істинного тригранника до розрахункового можна виразити матрицею S , що дорівнює:

$$\begin{aligned} S &= S_{\delta\chi} S_{\delta\beta} S_{\delta\alpha} \approx (I - [S_{\delta\chi}])(I - [S_{\delta\beta}])(I - [S_{\delta\alpha}]) \approx \\ &\approx I - [S_{\delta\chi}] - [S_{\delta\beta}] - [S_{\delta\alpha}] \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \delta\beta & -\delta\alpha \\ -\delta\beta & 1 & \delta\chi \\ \delta\alpha & -\delta\chi & 1 \end{pmatrix}$$

$$S^T = E = \begin{pmatrix} 1 & -\delta\beta & \delta\alpha \\ \delta\beta & 1 & -\delta\chi \\ -\delta\alpha & \delta\chi & 1 \end{pmatrix} = I + [\varepsilon]$$

Запишемо новий вид рівняння Пуасона:

$$E[\Omega] - [\Omega]E = (I + [\varepsilon])[\Omega] - [\Omega](\varepsilon) = [\varepsilon][\Omega] = [\Omega][\varepsilon]$$

Кінцевий вигляд – рівняння, що описує похибки орієнтації, котрі є складовими кососиметричної матриці $[\varepsilon]$:

$$[\varepsilon] = -[\delta\omega] + [\varepsilon][\Omega] - [\Omega][\varepsilon] + [\delta\Omega]$$

Запишемо це рівняння у векторній формі:

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \bar{\varepsilon} \times \bar{\Omega} - \bar{\delta\omega} + \delta\bar{\Omega} \quad (2.5)$$

де:

$$\bar{\varepsilon} = (\delta\chi \ \delta\alpha \ \delta\beta)^T;$$

$$\delta\omega = C\delta\omega.$$

2.1.2. Похибки визначення прискорення, швидкості та координат та їх проєкцій

x_1, x_2, x_3 – похибки визначення координат та висоти БІНС;

$\delta\varphi$ та $\delta\lambda$ – похибки визначення сферичних координат;

δR – похибка визначення висоти польоту;

α, β, γ – кутові похибки орієнтації вимірюючого тригранника відносно визначеного;

$\dot{\bar{\theta}} = [\alpha, \beta, \gamma]$ – вектор кута малого повороту;

ω_0 – власна частота коливань похибок БІНС (якщо $\omega_0=1,25 \cdot 10^{-3}$ 1/с – частота Шулера – малі незатухаючі коливання в полі сили тяжіння);

$\Omega_{x,y,z}, \dot{\Omega}_{x,y,z}$ – проекції вектору абсолютної кутової швидкості обертання обраного тригранника і його похідні відповідно;

$n_{x,y,z}$ – проекції вектору уявного прискорення центру мас об'єкта;

$\Delta\Omega_{x,y,z}, \Delta n_{x,y,z}$ – інструментальні дрейфи гіроскопів та похибки акселерометрів відповідно;

Використовуючи усі перераховані вище значення можна записати математичну модель похибок БІНС у вигляді систем лінійних диференційних рівнянь (2.6) та (2.7):

$$x_1 = \delta\lambda \cdot R \cos\varphi;$$

$$x_2 = \delta\varphi \cdot R;$$

$$x_3 = \delta R;$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + (\omega_0^2 - \Omega_y^2 - \Omega_z^2)x_1 - 2\Omega_z\dot{x}_2 + (\Omega_x\Omega_y - \dot{\Omega}_z)x_2 + 2\Omega_y\dot{x}_3 + (\Omega_x\Omega_z + \dot{\Omega}_y) = \\ \quad = \Delta n_x - \beta n_z + \gamma n_y; \\ \ddot{x}_2 + (\omega_0^2 - \Omega_x^2 - \Omega_z^2)x_2 - 2\Omega_z\dot{x}_1 + (\Omega_x\Omega_y - \dot{\Omega}_z)x_1 + 2\Omega_x\dot{x}_3 + (\Omega_y\Omega_z + \dot{\Omega}_x) = \\ \quad = \Delta n_y - \alpha n_z + \gamma n_x; \\ \ddot{x}_3 + (\omega_0^2 - \Omega_y^2 - \Omega_x^2)x_3 - 2\Omega_z\dot{x}_1 + (\Omega_x\Omega_y - \dot{\Omega}_z)x_1 + 2\Omega_x\dot{x}_2 + (\Omega_y\Omega_z + \dot{\Omega}_x) = \\ \quad = \Delta n_z - \alpha n_y + \beta n_x; \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \Omega_z\beta + \Omega_y\gamma = \Delta\Omega_x; \\ \dot{\beta} - \Omega_z\alpha + \Omega_x\gamma = \Delta\Omega_y; \\ \dot{\gamma} - \Omega_x\beta + \Omega_y\alpha = \Delta\Omega_z; \end{cases} \quad (2.7)$$

Маючи математичну модель похибок БІНС, необхідно записати модель похибок акселерометра для подальшої роботи.

2.2. Розробка математичної моделі похибок МЕМС-акселерометрів

Як вже було зазначено у першому розділі, акселерометри жорстко закріплені на борту об'єкту і вимірюють проекції уявного прискорення на осі, що пов'язані з об'єктом. Під час аналізу вимірювань враховують адитивні та мультиплікативні похибки акселерометрів. Виміряні проекції прискорень БІНС проєктуються на осі інерціальної системи координат. Так як уявне прискорення i , відповідно, його проекція на осі об'єкту матимуть похибки, то спершу варто знайти рівняння похибок визначення кутової орієнтації об'єкта на осях інерціальної системи координат, яке входить до складу системи рівнянь похибок акселерометрів.

Спочатку треба зробити перелік величин та їх значень, що будуть використовуватися у рівнянні:

\vec{a} – уявне прискорення;

a_{x0}, a_{y0}, a_{z0} – осі, що пов'язані з об'єктом;

m_a – похибка масштабного коефіцієнта;
 k_a – зміщення нулів акселерометрів; } - мультиплікативна та адитивна

похибки відповідно;

$O\xi\eta\zeta$ – інерціальна система координат;

$C, \Delta C$ – матриця напрямних косинусів та її похибка відповідно;

Так як розрахунок пов'язаний із похибками акселерометрів при переході від приладової системи координат до інерціальної, то приладове значення прискорення матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} a_{x0}^n = (1 + m_{ax}) \cdot a_{x0} + k_{ax} = a_{x0} + \Delta a_{x0} \\ a_{y0}^n = (1 + m_{ay}) \cdot a_{y0} + k_{ay} = a_{y0} + \Delta a_{y0} \\ a_{z0}^n = (1 + m_{az}) \cdot a_{z0} + k_{az} = a_{z0} + \Delta a_{z0} \end{cases} \quad (2.8)$$

де:

$\Delta a_{i0} = m_{ai} \cdot a_{i0} + k_{ai}$ – еквівалентні зміщення нулів акселерометрів.

Тепер переходимо до ідеального вигляду проекцій цих прискорень на осі інерціальної системи координат:

$$\begin{bmatrix} a_{\xi} \\ a_{\eta} \\ a_{\zeta} \end{bmatrix} = C \cdot \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Як вже згадувалось, проекція також має похибку, тож рівняння (2.9) матиме такий вигляд:

$$\begin{bmatrix} \Delta a_{\xi} \\ \Delta a_{\eta} \\ \Delta a_{\zeta} \end{bmatrix} = \Delta C \cdot \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{bmatrix} + C \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_{x0} \\ \Delta a_{y0} \\ \Delta a_{z0} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

(2.10) – і є рівнянням похибок визначення кутової орієнтації об'єкта осі інерціальної системи координат.

Після визначення проекцій вектору уявного прискорення на осі інерціальної системи координат, треба врахувати проекції гравітаційного прискорення і визначити проекції абсолютного лінійного прискорення об'єкта, що також мають похибки. Після чого, шляхом інтегрування лінійного прискорення об'єкта отримати проекції абсолютної лінійної швидкості об'єкта та врахувати похибки масштабного коефіцієнту та дрейфу нуля першого інтегратора. Потім треба знайти проекції гравітаційного прискорення на осі інерціальної системи координат, щоб потім отримати вирази для похибок гравітаційного прискорення об'єкту. Після другого інтегрування можна буде визначити координати об'єкту також з урахуванням адитивної та мультиплікативної похибок другого інтегратора і нарешті, як результат всіх попередніх обчислень отримати модель похибок акселерометрів.

Також спершу треба зробити перелік величин та їх значень, про які ще не згадувалось у роботі, що будуть використовуватися у рівняннях:

$a_{\xi}, a_{\eta}, a_{\zeta}$ – осі інерціальної системи координат;

\vec{g}_m – гравітаційне прискорення;

m_{i1} – похибка масштабного коефіцієнту першого інтегратора;
 U_{i1} – дрейф нуля першого інтегратора;

} – мультиплікативні та адитивні похибки перших інтеграторів відповідно;

Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата

$U_{\xi i_1}^e, U_{\eta i_1}^e, U_{\zeta i_1}^e$ – еквівалентні дрейфи нулів перших інтеграторів;

Δg_{m_i} – похибка визначення гравітаційного прискорення об'єкту;

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ – власний період коливань похибок БІНС (при ω_0 – частота

Шулера відповідно і T_0 – період Шулера);

r, R – відстань від центра Землі до об'єкта і радіус Землі відповідно, (при $r=R, T_0 = 84,4$ хв.(на поверхні Землі));

m_{i_2} – похибка масштабного коефіцієнту }
 другого інтегратора; } – мультиплікативні та адитивні
 U_{i_2} – дрейф нуля другого інтегратора; }

похибки других інтеграторів відповідно;

Тепер можна почати розрахунок рівнянь. Спочатку треба визначити проекції абсолютного лінійного прискорення з урахуванням гравітаційного прискорення:

$$\omega_{\xi} = a_{\xi} + g_{m_{\xi}};$$

$$\omega_{\eta} = a_{\eta} + g_{m_{\eta}};$$

$$\omega_{\zeta} = a_{\zeta} + g_{m_{\zeta}}.$$

З урахуванням похибок:

$$\begin{cases} \Delta\omega_{\xi} = \Delta a_{\xi} + \Delta g_{m_{\xi}}; \\ \Delta\omega_{\eta} = \Delta a_{\eta} + \Delta g_{m_{\eta}}; \\ \Delta\omega_{\zeta} = \Delta a_{\zeta} + \Delta g_{m_{\zeta}}. \end{cases} \quad (2.11)$$

Інтегрування (2.10) з урахуванням адитивної та мультиплікативної похибок першого інтегратора та отримання приладових значень лінійних швидкостей:

$$\begin{cases} V_{\xi}^n = (1 + m_{\xi i_1}) \cdot \int_0^t [\omega_{\xi} + \Delta\omega_{\xi} + U_{\xi i_1}] dt + V_{\xi}^n(0) \\ V_{\eta}^n = (1 + m_{\eta i_1}) \cdot \int_0^t [\omega_{\eta} + \Delta\omega_{\eta} + U_{\eta i_1}] dt + V_{\eta}^n(0) \\ V_{\zeta}^n = (1 + m_{\zeta i_1}) \cdot \int_0^t [\omega_{\zeta} + \Delta\omega_{\zeta} + U_{\zeta i_1}] dt + V_{\zeta}^n(0) \end{cases}$$

Шляхом прибирання істинних значень з приладових значень швидкості:

$$V_{\xi} = \int_0^t \omega_{\xi} dt + V_{\xi}(0),$$

$$V_{\eta} = \int_0^t \omega_{\eta} dt + V_{\eta}(0),$$

$$V_{\zeta} = \int_0^t \omega_{\zeta} dt + V_{\zeta}(0),$$

вдається отримати похибки визначення швидкості об'єкту:

$$\Delta V_{\xi} = V_{\xi}^n - V_{\xi} = \int_0^t \left[\omega_{\xi i_1} \omega_{\xi} + \Delta \omega_{\xi} + m_{\xi i_1} \cdot (\Delta \omega_{\xi} + U_{\xi i_1}) + U_{\xi i_1} \right] dt + V_{\xi}^n(0)$$

$m_{\xi i_1} \cdot (\Delta \omega_{\xi} + U_{\xi i_1})$ - другий порядок малості, яким можна знехтувати в подальших обчислюваннях;

$$\Delta V_{\eta} = V_{\eta}^n - V_{\eta} = \int_0^t \left[\omega_{\eta i_1} \omega_{\eta} + \Delta \omega_{\eta} + m_{\eta i_1} \cdot (\Delta \omega_{\eta} + U_{\eta i_1}) + U_{\eta i_1} \right] dt + V_{\eta}^n(0)$$

$m_{\eta i_1} \cdot (\Delta \omega_{\eta} + U_{\eta i_1})$ - другий порядок малості, яким можна знехтувати в подальших обчислюваннях;

$$\Delta V_{\zeta} = V_{\zeta}^n - V_{\zeta} = \int_0^t \left[\omega_{\zeta i_1} \omega_{\zeta} + \Delta \omega_{\zeta} + m_{\zeta i_1} \cdot (\Delta \omega_{\zeta} + U_{\zeta i_1}) + U_{\zeta i_1} \right] dt + V_{\zeta}^n(0)$$

$m_{\zeta i_1} \cdot (\Delta \omega_{\zeta} + U_{\zeta i_1})$ - другий порядок малості, яким можна знехтувати в подальших обчислюваннях;

Враховуючи всі рівняння після (2.11) включно, можна записати кінцевий вигляд рівнянь похибок проекції абсолютних лінійних швидкостей руху об'єкту:

$$\begin{cases} \Delta V_{\xi} = \int_0^t [m_{\xi i_1} \omega_{\xi} + \Delta a_{\xi} + \Delta g_{m_{\xi}} + U_{m_{\xi}}] dt + \Delta V_{\xi}(0) = \\ \quad = \int_0^t [\Delta a_{\xi} + \Delta g_{m_{\xi}} + U_{\xi i_1}^e] dt + \Delta V_{\xi}(0); \\ \Delta V_{\eta} = \int_0^t [\Delta a_{\eta} + \Delta g_{m_{\eta}} + U_{\eta i_1}^e] dt + \Delta V_{\eta}(0); \\ \Delta V_{\zeta} = \int_0^t [\Delta a_{\zeta} + \Delta g_{m_{\zeta}} + U_{\zeta i_1}^e] dt + \Delta V_{\zeta}(0); \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} U_{\xi i_1}^e = m_{\xi i_1} \omega_{\xi} + U_{m_{\xi}}; \\ U_{\eta i_1}^e = m_{\eta i_1} \omega_{\eta} + U_{m_{\eta}}; \\ U_{\zeta i_1}^e = m_{\zeta i_1} \omega_{\zeta} + U_{m_{\zeta}}; \end{cases}$$

Тепер треба знайти проекції вектору гравітаційного прискорення на осі інерціальної системи координат і потім отримати вирази для похибок визначення гравітаційного прискорення об'єкту. Щоб отримати лінійні рівняння похибок, необхідно знехтувати несферичністю Землі:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} \\ g_{m_{\xi}} &= -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \xi; \\ g_{m_{\eta}} &= -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \eta; \\ g_{m_{\zeta}} &= -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \zeta; \end{aligned} \quad (2.13)$$

Тоді величина гравітаційного прискорення:

$$g_m = \sqrt{g_{m_{\xi}}^2 + g_{m_{\eta}}^2 + g_{m_{\zeta}}^2} = \frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = \frac{G \cdot M}{r^2} \quad (2.14)$$

Використовуючи (2.2.6) можна отримати:

$$\begin{aligned} \Delta g_{m_{\xi}} &= -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \frac{G \cdot M}{r^4} \cdot \Delta r \cdot \xi; \\ \Delta g_{m_{\eta}} &= -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \Delta \eta + 3 \cdot \frac{G \cdot M}{r^4} \cdot \Delta r \cdot \eta; \\ \Delta g_{m_{\zeta}} &= -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot \frac{G \cdot M}{r^4} \cdot \Delta r \cdot \zeta; \end{aligned}$$

З урахуванням рівняння (2.2.7):

$$\begin{aligned}\Delta g_{m_\xi} &= -\frac{g_m}{r} \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \frac{g_m \cdot \xi}{r^2} \cdot \Delta r \\ \Delta g_{m_\eta} &= -\frac{g_m}{r} \cdot \Delta \eta + 3 \cdot \frac{g_m \cdot \eta}{r^2} \cdot \Delta r \\ \Delta g_{m_\zeta} &= -\frac{g_m}{r} \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot \frac{g_m \cdot \zeta}{r^2} \cdot \Delta r\end{aligned}$$

Нехай $\omega_0^2 = \frac{g_m}{r}$, тоді кінцевий вигляд рівнянь похибок проекцій гравітаційного прискорення на осі інерціальної системи координат буде таким:

$$\begin{cases} \Delta g_{m_\xi} = -\omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\xi}{r} \cdot \Delta r \\ \Delta g_{m_\eta} = -\omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \eta + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\eta}{r} \cdot \Delta r \\ \Delta g_{m_\zeta} = -\omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\zeta}{r} \cdot \Delta r \end{cases} \quad (2.15)$$

Щоб знайти величину Δr можна виразити її з (2.13) користуючись варіюванням:

$$\begin{aligned}\Delta r &= \frac{1}{2\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} \cdot (2\xi \cdot \Delta \xi + 2\eta \cdot \Delta \eta + 2\zeta \cdot \Delta \zeta) \\ \Delta r &= \frac{\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta}{r}\end{aligned} \quad (2.16)$$

Підставивши (2.2.9) у (2.2.8) а отриманий результат підставити у (2.2.5):

$$\begin{cases} \Delta V_\xi = \int_0^t \left[\Delta a_\xi - \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\xi}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + U^e_{\xi i_1} \right] dt + \Delta V_\xi(0) \\ \Delta V_\eta = \int_0^t \left[\Delta a_\eta - \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \eta + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\eta}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + U^e_{\eta i_1} \right] dt + \Delta V_\eta(0) \\ \Delta V_\zeta = \int_0^t \left[\Delta a_\zeta - \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\zeta}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + U^e_{\zeta i_1} \right] dt + \Delta V_\zeta(0) \end{cases} \quad (2.17)$$

Щоб зробити друге інтегрування треба спочатку записати ідеальні рівняння знаходження координат:

$$\begin{aligned}\xi &= \int_0^t V_\xi dt + \xi_0; \\ \eta &= \int_0^t V_\eta dt + \eta_0; \\ \zeta &= \int_0^t V_\zeta dt + \zeta_0;\end{aligned}$$

Додавши до ідеальних рівнянь мультиплікативну та адитивну похибки:

$$\xi^n = (1 + m_{\xi i_2}) \cdot \int_0^t [V_\xi + \Delta V_\xi + U_{\xi i_2}] dt + \xi_0^n$$

$$\eta^n = (1 + m_{\eta i_2}) \cdot \int_0^t [V_\eta + \Delta V_\eta + U_{\eta i_2}] dt + \eta_0^n$$

$$\zeta^n = (1 + m_{\zeta i_2}) \cdot \int_0^t [V_\zeta + \Delta V_\zeta + U_{\zeta i_2}] dt + \zeta_0^n$$

Тоді рівняння похибок визначення координат матиме такий вигляд:

$$\Delta \xi = \xi^n - \xi = \int_0^t [m_{\xi i_2} \cdot V_\xi + \Delta V_\xi + m_{\xi i_2} (\Delta V_\xi + U_{\xi i_2}) + U_{\xi i_2}] dt + \Delta \xi_0$$

$$\Delta \eta = \eta^n - \eta = \int_0^t [m_{\eta i_2} \cdot V_\eta + \Delta V_\eta + m_{\eta i_2} (\Delta V_\eta + U_{\eta i_2}) + U_{\eta i_2}] dt + \Delta \eta_0$$

$$\Delta \zeta = \zeta^n - \zeta = \int_0^t [m_{\zeta i_2} \cdot V_\zeta + \Delta V_\zeta + m_{\zeta i_2} (\Delta V_\zeta + U_{\zeta i_2}) + U_{\zeta i_2}] dt + \Delta \zeta_0$$

Де $m_{\xi i_2} (\Delta V_\xi + U_{\xi i_2})$, $m_{\eta i_2} (\Delta V_\eta + U_{\eta i_2})$, $m_{\zeta i_2} (\Delta V_\zeta + U_{\zeta i_2})$ – другий порядок малості, яким можна знехтувати.

Нехай еквівалентний дрейф нуля другого інтегратора:

$$U_{\xi i_2}^e = m_{\xi i_2} \cdot V_\xi + U_{\xi i_2}$$

$$U_{\eta i_2}^e = m_{\eta i_2} \cdot V_\eta + U_{\eta i_2}$$

$$U_{\zeta i_2}^e = m_{\zeta i_2} \cdot V_\zeta + U_{\zeta i_2}$$

І нарешті можна отримати систему рівнянь похибок визначення координат:

$$\begin{cases} \Delta \xi = \int_0^t [\Delta V_\xi + U_{\xi i_2}^e] dt + \Delta \xi_0 \\ \Delta \eta = \int_0^t [\Delta V_\eta + U_{\eta i_2}^e] dt + \Delta \eta_0 \\ \Delta \zeta = \int_0^t [\Delta V_\zeta + U_{\zeta i_2}^e] dt + \Delta \zeta_0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Записавши з рівнянь (2.10), (2.17) та (2.18) систему, отримаємо математичну модель похибок МЕМС-акселерометрів:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \Delta a_{\xi} \\ \Delta a_{\eta} \\ \Delta a_{\zeta} \end{bmatrix} = \Delta C \cdot \begin{bmatrix} a_{x_0} \\ a_{y_0} \\ a_{z_0} \end{bmatrix} + C \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_{x_0} \\ \Delta a_{y_0} \\ \Delta a_{z_0} \end{bmatrix} \\ \Delta \dot{V}_{\xi} = \Delta a_{\xi} - \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \xi + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\xi}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + U_{\xi i_1}^e \\ \Delta \dot{V}_{\eta} = \Delta a_{\eta} - \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \eta + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\eta}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + U_{\eta i_1}^e \\ \Delta \dot{V}_{\zeta} = \Delta a_{\zeta} - \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \Delta \zeta + 3 \cdot \omega_{\text{ш}}^2 \cdot \frac{\zeta}{r^2} \cdot (\xi \cdot \Delta \xi + \eta \cdot \Delta \eta + \zeta \cdot \Delta \zeta) + U_{\zeta i_1}^e \\ \Delta \dot{\xi} = \Delta V_{\xi} + U_{\xi i_2}^e \\ \Delta \dot{\eta} = \Delta V_{\eta} + U_{\eta i_2}^e \\ \Delta \dot{\zeta} = \Delta V_{\zeta} + U_{\zeta i_2}^e \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Отримана математична модель похибок акселерометрів допоможе розробити математичну постановку задачі початкової виставки БІНС.

2.3. Математична постановка задачі початкової виставки БІНС

Під початковою виставкою БІНС розуміють задачу узгодження взаємної орієнтації приладових координатних базисів і калібрування (визначення коефіцієнтів систематичних похибок інерціальних датчиків). Ця задача є типовою для розподілених систем, в яких відбувається обмін кутовою інформацією між рознесеними вимірювальними засобами. Наприклад, передача навігаційної інформації від літакової навігаційної системи до системи наведення ракети перед її пуском (система “літальний апарат (ЛА)-відокремлюваний об’єкт”).

Методи початкової виставки БІНС визначаються підходами до вирішення задачі початкової виставки. На сьогодні відомі три підходи до вирішення цієї задачі:

- використання прямих вимірювань (прямі методи);
- зведення до n -мірної статичної задачі визначення орієнтації (методи векторного узгодження);

– зведення до стандартної задачі оптимального оцінювання стану лінійної динамічної системи (непрямі методи).

Методи узгодження взаємної орієнтації координатних базисів, які засновані на прямих вимірюваннях називають прямими методами. Ці методи передбачають використання інформації про вектори, які безпосередньо характеризують взаємне положення вимірювальних систем. Вони, як правило, базуються на використанні оптичних вимірювальних засобів. Наприклад, прямий метод може бути реалізований за допомогою трьохосного автоколіматора, встановленого на одній системі, яка вимірює кутові рухи відбивача, який закріплений на іншій системі. Перевагою прямих методів є те, що вони дозволяють враховувати функціональне призначення об'єктів і їхні конструктивні особливості. Основним недоліком цих методів є складність їх технічної реалізації.

Методи векторного узгодження взаємної орієнтації приладових координатних базисів ґрунтуються на визначенні орієнтації вимірювальних систем відносно двох і більшого числа зовнішніх векторів. Прив'язка до одного такого вектору дозволяє узгодити системи з точністю до довільного повороту навколо цього вектора. Використовуючи другий не паралельний вектор можна позбутися цієї невизначеності. Додаткова інформація про орієнтацію цих систем відносно інших векторів може бути використана для зменшення похибок орієнтації, що обумовлені випадковими похибками вимірювання.

Основною перевагою методів векторного узгодження є можливість у масштабі реального часу виконувати юстировку координатних базисів, а до його недоліків – необхідність отримувати зовнішні вектори, для чого може бути потрібна додаткова вимірювальна апаратура (гравіметр для визначення вектора земного тяжіння g , астроорієнтир для визначення орієнтації на зірку і т.п.). Якщо можливості визначення зовнішніх векторів немає, то задачу юстировки вирішують за допомогою непрямих методів.

Непрямі методи юстировки вимірювальних систем базуються на використанні інформації про вектори, що одночасно і однаково впливають на обидві системи. Так, метод узгодження систем координат по інформації про

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Змн.</i>	<i>Арк</i>	<i>№ докум</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		36

вектори прискорення і/або кутових швидкостей відносяться до непрямого методу. Алгоритмічна реалізація непрямих методів передбачає використання процедур лінійного оцінювання, серед яких найбільш вживаними є фільтри Калманівського типу.

В дипломному проекті увага зосереджена на розгляді непрямих методів, оскільки їх реалізація на сучасній обчислювальній базі наближає їх по ефективності до методів векторного узгодження.

Постановка задачі початкової виставки БІНС

Нехай модель системи буде описувати динаміку похибок БІНС у лінійному наближенні. Вхідною інформацією будуть значення проєкцій кутових швидкостей по осях зв'язаних тригранників базової ІНС і БІНС, які отримані відповідними датчиками кутових швидкостей (ДКШ), а також значення проєкцій вектора уявного прискорення на осях зв'язаних систем координат (СК) ІНС і БІНС, які вимірюються відповідними акселерометрами.

Нехай базова ІНС є високоточною з похибками близько 0,01 град/год, а БІНС, що виставляється, має значно менший клас точності – похибка близько 1 град/год. У цьому випадку можна вважати, що випадкові похибки вимірювань будуть визначатись тільки похибками, що обумовлені пружними деформаціями об'єкта.

Рівняння спостереження будуть представляти собою лінійні функціональні залежності від проєкцій кутових швидкостей і уявного прискорення ІНС і БІНС. У такому випадку задача юстировки може бути представлена у вигляді стандартної задачі оцінювання вектору стану моделі динаміки БІНС по інформації, що міститься в рівняннях спостереження. До складу оцінюваного вектору стану будуть входити похибки визначення швидкості, координат, кутової орієнтації об'єкта, а також приведені дрейфи ДКШ і зсуви нуля акселерометрів.

Всі методи юстировки пов'язані з вимірюванням кутів малого повороту, значення яких суттєво залежить від деформацій пружної конструкції рухомого об'єкта. Для оцінки величин деформацій пружного об'єкта розглянемо моделі

цих деформацій та їх числові значення на прикладі важкого бомбардувальника В-52 .

Для задачі юстировки в системі «ЛА-об'єкт» прийнятні результати вдається отримати способом згладжування відповідних складових похибок із-за пружних деформацій, що базується на гіпотезі про те, що об'єкт є рухомих твердим тілом.

Вводиться деяка допоміжна точка O , яка рухається по визначеній програмній траєкторії в опорній географічній системі координат (СК) ENH. З жорстким остовом об'єкта зв'язана СК $X_C Y_C Z_C$, для якої початок координат співпадає з центром мас, вісь X_C направлена по подовжній осі об'єкта, Y_C – вгору в площині симетрії, Z_C – створює правосторонню СК.

Матриця переходу $C(t) = (c_{ij})$, $i, j = 1, 2, 3$, від зв'язаного приладового тригранника $X_C Y_C Z_C$ до опорного базису ENH має вигляд

$$C(t) = \begin{bmatrix} -\cos\vartheta\sin\psi & \cos\psi\cos\vartheta & \sin\vartheta \\ \cos\psi\sin\gamma + \sin\vartheta\cos\gamma\sin\psi & \sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\cos\gamma\sin\vartheta & \cos\vartheta\cos\gamma \\ \cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\gamma\sin\vartheta & \sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma & -\cos\vartheta\sin\gamma \end{bmatrix}$$

Розглядається задача юстировки в польоті безплатформової інерціальної навігаційної системи (БІНС) об'єкта, що відокремлюється, яка розміщена в точці O_2 , за інформацією від еталонної вимірювальної системи, якою виступає ІНС літака-носія, розміщена в точці O_1 . Рознесеність цих систем обумовлює різницю їх показань.

Модель еволюції похибок БІНС $\dot{\bar{X}}(t)$ може бути представлена у вигляді:

$$\dot{\bar{X}}(t) = F(t)\bar{X}(t) + \bar{\xi}(t) \quad (2.21)$$

де:

$\bar{X} = (\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta v_3, \Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \alpha, \beta, \gamma, \Delta a_1, \Delta a_2, \Delta a_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)^T$ – вектор-стовпчик стану розмірності $n = 15$;

$\Delta v_i, \Delta R_i$ ($i = 1, 2, 3$) – складові помилок БНС у визначенні швидкості і координат точки O_2 в опорній системі координат;

α, β, γ – помилки визначення орієнтації по вертикалі (α, β) і в азимуті (γ);

$\Delta a_i, \varepsilon_i$ ($i = 1, 2, 3$) – систематичні похибки вимірювань уявного прискорення і складових дрейфу моделі опорного напівзв'язаного в азимуті тригранника в приладовій (зв'язаній з літаком-носієм) системі координат;

$\bar{\xi}(t)$ - вектор-стовпчик випадкових збурень;

$F(t)$ – матриця розмірності 15×15 .

Вирази для ненульових елементів матриці $F(t)$ мають вигляд:

$$f_{1,2} = -f_{2,1} = U \sin \varphi;$$

$$f_{1,4} = -f_{2,5} = \frac{g}{\rho}; \quad f_{3,6} = \frac{2g}{\rho};$$

$$f_{4,1} = f_{5,2} = f_{6,3} = 1;$$

$$f_{8,1} = f_{7,2} = \rho^{-1}; \quad \rho = R_3 + h;$$

$$f_{5,6} = -f_{6,5} = p_1 = -\frac{v_2}{\rho};$$

$$f_{6,4} = -f_{4,6} = p_2 = \frac{v_1}{\rho};$$

$$f_{3,8} = -f_{8,3} = a_1;$$

$$f_{1,9} = -f_{9,1} = a_2;$$

$$f_{2,7} = -f_{7,2} = a_3;$$

$$f_{8,9} = -f_{9,8} = \omega_1 = p_1 + U \cos \varphi \cdot \sin \varepsilon_0;$$

$$f_{9,7} = -f_{7,9} = \omega_2 = p_2 + U \cos \varphi \cdot \cos \varepsilon_0;$$

$$f_{7,8} = -f_{8,7} = \omega_3 = U \sin \varphi;$$

$$f_{9+i,j} = c_{i,j}; \quad f_{12+i,6+j} = c_{i,j} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

де:

φ, ε_0 – широта й азимутальний кут опорного тригранника;

R_3, h – радіус Землі і висота польоту;

U – кутова швидкість Землі;

a_i ($i=1,2,3$) – проекції уявного прискорення точки O_2 на осі опорного базису.

Для ПВ БІНС може бути використана інформація про різниці складових відносних швидкостей, координат і проекцій векторів уявного прискорення точок O_1 і O_2 та кінцевого повороту об'єкта відносно опорного базису на заданому інтервалі часу. Цим видам інформації відповідають такі вектор-стовпчики вимірювань:

а) \bar{y}_1 вектор різниць між оцінками проекцій швидкостей точок O_1 і O_2 , які отримані від БІНС і еталонної ІНС

$$\bar{y}_1 = \Delta \bar{v}_0 + \Omega_1 \Delta \bar{r}(t) + \bar{\eta}_1 ; \quad (2.22)$$

б) вектор різниць оцінок координат точок O_2 і O_1

$$\bar{y}_2 = \Delta \bar{R} + \Delta \bar{r}(t) + \bar{\eta}_2 ; \quad (2.23)$$

в) вектор різниць оцінок проекцій уявних прискорень точок O_2 і O_1 на осі опорного базису

$$\bar{y}_3 = \bar{a} \times \bar{a} + C(t) \Delta \bar{a} + [\Omega^2(t) + \dot{\Omega}(t)] \Delta \bar{r}(t) + \bar{\eta}_3 ; \quad (2.24)$$

г) вектор різниць, отриманих в БІНС і еталонній ІНС оцінок проекцій такого вектора $\bar{e} = (e_1, e_2, e_3)^T$ на осі опорного тригранника, який є колінеарним осі кінцевого повороту твердої основи на інтервалі $[t_i - \Delta T, t_i]$:

$$\bar{y}_4 = \bar{e} \times \bar{a} + \bar{\eta}_4 \quad (2.25)$$

Для запису рівнянь спостереження використані такі позначення:

$$\Delta \bar{v} = (\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta v_3)^T, \Delta \bar{R} = (\Delta R_1, \Delta R, \Delta R_3)^T,$$

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \dot{\Omega} = \frac{d}{dt} \Omega(t),$$

$$\Delta \bar{a} = (\Delta a_1, \Delta a, \Delta a_3)^T; \quad \Delta \bar{\alpha} = (\alpha, \beta, \gamma)^T; \quad \bar{a} = \bar{a}_{o_1} + (\Omega^2 + \dot{\Omega}) \Delta \bar{r}(t);$$

$$e_1 = \tilde{c}_{3,2} - \tilde{c}_{2,3}; \quad e_2 = \tilde{c}_{1,3} - \tilde{c}_{3,1}; \quad e_3 = \tilde{c}_{1,2} - \tilde{c}_{2,1};$$

$$\tilde{C} = C^T(t_i) C(t_i - \Delta T);$$

\bar{a}_{o_1} – вектор-стовпчик проєкцій уявного прискорення точки O_1 в опорному базисі;

«×» – символ векторного добутку.

Для формування вектора вимірювань \bar{y}_1 необхідно мати додаткову інформацію про складові кутової швидкості, а для формування вектора \bar{y}_3 , крім того, – і складові кутового прискорення об'єкта в опорному базисі.

Попередні співвідношення базуються на гіпотезі, що об'єкт є твердим тілом, а вектори похибок $\bar{\eta}_1 \div \bar{\eta}_4$ будуть містити як складові, що обумовлені погрішностями датчиків, так і складові, які обумовлені пружними деформаціями конструкції об'єкту.

Можна вважати, що вектори $\bar{X}(t_0)$, $\bar{\xi}$ і $\bar{\eta}$ у моделі функціонування БНС і моделі вимірювань мають гаусівські закони розподілу з коваріаційними матрицями похибок оцінки вектора стану P_0 , збурень системи Q та похибок вимірювань R відповідно.

При відомих характеристиках випадкових збурень моделі похибок БНС $\bar{\xi}$ і вимірювань $\bar{\eta}$ та відомому $\Delta \bar{r}_c$ можна сформулювати задачу юстировки БНС як задачу оцінювання вектора стану $\bar{X}_1(t)$ за спостереженнями $\bar{y}_1 \div \bar{y}_4$ у вигляді стандартної задачі лінійної фільтрації при повній апріорній інформації.

В разі розширення моделі стану системи $\bar{X}(t)$ рівняннями і дискретизації з кроком Δt математична модель для задачі юстировки БНС на рухомому

об'єкті, який деформується, за інформацією від еталонної ІНС літака буде мати такий компактний вигляд:

$$\bar{X}_{i+1} = \Phi_i \bar{X}_i + \bar{\xi}_i; \quad (2.26)$$

$$\bar{Y}_i = H \bar{X}_i + \bar{\eta}_i, \quad (2.27)$$

де:

$$\bar{X} = (\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta v_3, \Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \alpha, \beta, \gamma, \Delta a_1, \Delta a_2, \Delta a_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \Delta r_1, \Delta r_2, \Delta r_3)^T$$

– вектор-стовпець стану розмірності $n = 18$;

$$\bar{Y} = (\bar{y}_1^T \bar{y}_2^T \bar{y}_3^T \bar{y}_4^T)^T \text{ – вектор-стовпець вимірювань розмірності } m = 12;$$

H – матриця розмірності $m \times n$;

$$\Phi_i = E_{18} + \begin{pmatrix} F(t_i) & 0 \\ 0 & \Omega(t_i) \end{pmatrix} \Delta t; \quad (2.28)$$

$$H = \begin{pmatrix} E_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega \\ 0 & E_3 & 0 & 0 & 0 & E_3 \\ 0 & 0 & \Omega_a & C & 0 & \Omega^2 + \dot{\Omega} \\ 0 & 0 & \Omega_e & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

Ω_a, Ω_e – кососиметричні матриці розмірності 3×3 , які складаються з елементів векторів-стовпчиків \bar{a}, \bar{e} відповідно;

E_n – одинична матриця розмірності $n \times n$;

$\bar{\xi}$ і $\bar{\eta}$ – вектори випадкових збурень розмірностей n та m відповідно.

Вібрації, що зумовлені роботою двигунів, турбулентністю і маневрами носія спричиняють пружні високочастотні коливання та квазістатичні деформації конструкції носія в польоті та вносять невизначеність у знання параметрів розподілу випадкових похибок $\bar{\eta}$. Вказані фактори особливо суттєво впливають на характер вимірювань системи і, відповідно, на достовірність інформації про елементи коваріаційної матриці похибок вимірювань R . Як згадувалось у пункті 1.5, задача початкової виставки вирішується за допомогою фільтрації ОФК. Тож наступною дією буде розробка алгоритму ПВ БІНС у вигляді фільтра Калмана.

2.4. Розробка алгоритму початкової виставки БІНС у вигляді фільтра Калмана

Алгоритм фільтру Калмана дозволяє в реальному часі побудувати оптимальну оцінку стану системи, ґрунтуючись на вимірах, що у будь-якому разі містять похибку. При цьому вектор вимірів розглядається в якості багатовимірного вихідного сигналу системи, який містить шуми різної природи, а вектор стану — невідомий багатовимірний сигнал, що підлягає визначенню. Умовою оптимальності побудованої оцінки стану є мінімум її середньої квадратичної похибки.

В процесі роботи алгоритму у режимі початкової виставки БІНС, фільтр Калмана використовує математичну модель похибок БІНС БпЛА, що записана у розділі 2 у вигляді системи диференційних рівнянь.

Рівняння стану лінійної моделі досліджуваної системи виглядає таким чином:

$$\bar{\dot{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} + G\bar{w} \quad (2.30)$$

де:

\bar{x} - вектор стану системи (4×1);

A - матриця стану системи;

G - матриця випадкових дій;

A та G - одиничні діагональні матриці розмірністю (4×4);

\bar{w} - вектор випадкових дій;

матриця керування і вектор керування B дорівнюють 0 (відсутні).

Рівняння виміру акселерометра згідно прийнятої моделі похибок записується таким чином:

$$U_x = K_{xx}a_x + K_{xy}a_y + K_{xz}a_z + U_{x0} + V \quad (2.31)$$

де:

U_x - значення вихідного сигналу в розмірності напруги;

a_x, a_y, a_z - уявні прискорення, що діють по осях чутливості;

K_{xx}, K_{xy}, K_{xz} - коефіцієнти передачі;

U_{x0} - нульовий сигнал акселерометра;

V - шуми вимірювань.

Базовій математичній моделі датчика відповідає вектор стану, що містить калібрувальні коефіцієнти і зміщення нуля :

$$X = [K_{xx} K_{xy} K_{xz} U_{x0}]^T \quad (2.32)$$

Допустимо, що калібрувальні коефіцієнти не постійні, а повільно змінюються в часі згідно із законом:

$$\dot{K}_{xx} = w_1(t); \dot{K}_{xy} = w_2(t); \dot{K}_{xz} = w_3(t); \dot{U}_{x0} = w_4(t) \quad (2.33)$$

$w_i(t)$ - білі шуми.

Дискретна форма рівнянь стану системи для базової математичної моделі в матричному вигляді записується так:

$$\begin{bmatrix} K_{xx}(k+1) \\ K_{xy}(k+1) \\ K_{xz}(k+1) \\ U_{x0}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{xx}(k) \\ K_{xy}(k) \\ K_{xz}(k) \\ U_{x0}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ w_3(k) \\ w_4(k) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Вектори системи $\bar{\dot{x}}$ і \bar{x} для базової математичної моделі матимуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{\dot{x}} &= [\dot{K}_{xx} \dot{K}_{xy} \dot{K}_{xz} \dot{U}_{x0}]^T \\ \bar{x} &= [K_{xx} K_{xy} K_{xz} U_{x0}]^T \end{aligned} \quad (2.35)$$

Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата

Вимірювана інформація визначається наступним рівнянням:

$$\bar{z} = H \cdot \bar{x} + \bar{v} \quad (2.36)$$

де:

\bar{z} – вектор вимірювань, для цього поставленого завдання $\bar{z} = U_x$;

$H = [a_x a_y a_z 1]$ – матриця вимірювань (1×4).

$$\bar{x}_{k+1} = A_k \cdot \bar{x}_k + G_k \cdot \bar{w}_k; \quad (2.37)$$

$$\bar{z}_k = H_k \cdot \bar{x}_k + \bar{v}_k, \quad (2.38)$$

Де індекси «k» і «k+1» співпадають з індексами дискретного моменту часу t_k і t_{k+1} ;

$\Delta t = t_{k+1} - t_k$ – крок дискретизації.

Алгоритм роботи фільтру Калмана для калібровки інерціальних датчиків має вигляд:

- 1) $\hat{X}_{k+1/k} = A \cdot \hat{X}_k$ – прогнозування оцінки \hat{X}_{k+1} ;
- 2) $P_{k+1/k} = A \cdot P_k \cdot A^T + G \cdot Q \cdot G^T$ – матриця дисперсій похибок прогнозування;
- 3) $K_{k+1} = P_{k+1/k} \cdot H^T \cdot [H \cdot P_{k+1/k} \cdot H^T + R]^{-1}$ – оптимальний коефіцієнт посилення;
- 4) $P_{k+1} = P_{k+1/k} - K_{k+1} \cdot H \cdot P_{k+1/k}$ – матриця дисперсій похибок оцінювання;
- 5) $\hat{X}_{k+1/k} = \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \cdot [Z_{k+1} - H \cdot X_{k+1/k}]$ – оцінка вимірювань.

де:

R – дисперсія шуму вимірювань

V, Q – діагональна матриця дисперсій вхідних шумів $w_1 \dots w_4$ розмірністю (4×4):

$$\hat{X}_{k+1/k} = \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \cdot [Z_{k+1} - H \cdot X_{k+1/k}], \quad (2.39)$$

Модель оптимального фільтра Калмана можна представити у вигляді рівнянь стану похибок БІНС та вимірювань:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = F\bar{x} + B\bar{u} + G\bar{\omega} \\ \bar{Z} = H\bar{x} + \bar{V} \end{cases} \quad (2.40)$$

де:

Z – вектор вимірювань;

H – матриця спостережень (вимірювань);

V – вектор шумів вимірювань.

Алгоритм комплексної обробки інформації базується на дискретному лінійному фільтрі Калмана:

$$\begin{cases} S_k = \Phi P_{k-1} \Phi^T + \Gamma Q_1 \Gamma^T \\ K_k = S_k H^T (H S_k H^T + R_1)^{-1} \\ P_k = (E - K_k H) S_k \\ \hat{x}_k = \Phi \hat{x}_{k-1} + K_k (Z_k - H \Phi \hat{x}_{k-1}) \end{cases} \quad (2.41)$$

S – апіорна матриця коваріацій похибок оцінювання;

Φ – матриця динаміки системи в дискретній формі;

Γ – матриця шумів системи в дискретній формі;

Q_1 – симетрична невід’ємно-визначена матриця інтенсивності шумів системи в дискретній формі;

K – матриця коефіцієнтів посилення;

R_1 – симетрична додатньо-визначена матриця інтенсивності шумів вимірювань в дискретній формі;

P – апостеріорна симетрична коваріаційна матриця похибок, на головній діагоналі якої розташовані дисперсії похибок оцінки $\sigma_{k_i}^2, i = 1, \dots, n$.

E – одинична матриця;

\hat{x} – оцінка вектору стану системи.

Отримавши усі необхідні математичні моделі для вирішення задачі початкової виставки БІНС, треба розробити схему математичного моделювання БІНС.

					ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ	Лист
Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата		47

Розділ 3. МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПОХИБОК АКСЕЛЕРОМЕТРІВ НА РОБОТУ БІНС В РЕЖИМІ ПОЧАТКОВОЇ ВИСТАВКИ

3.1. Схема математичного моделювання

Моделювання процесу початкової виставки БІНС БпЛА по інформації від еталонної ІНС літака-носія з використанням запропонованого фільтра Калмана проводилось за умови гаусівських шумів системи і вимірювань. Схема моделювання приведена на рис. 3.1.

В моделі еталонних рухів і пружних деформацій об'єкта (блок на рис.1) використана універсальна процедура, яка дозволяє задавати за допомогою аналітичних формул параметри руху об'єкта як твердого тіла, і пружні деформації об'єкта. До цих параметрів відносяться:

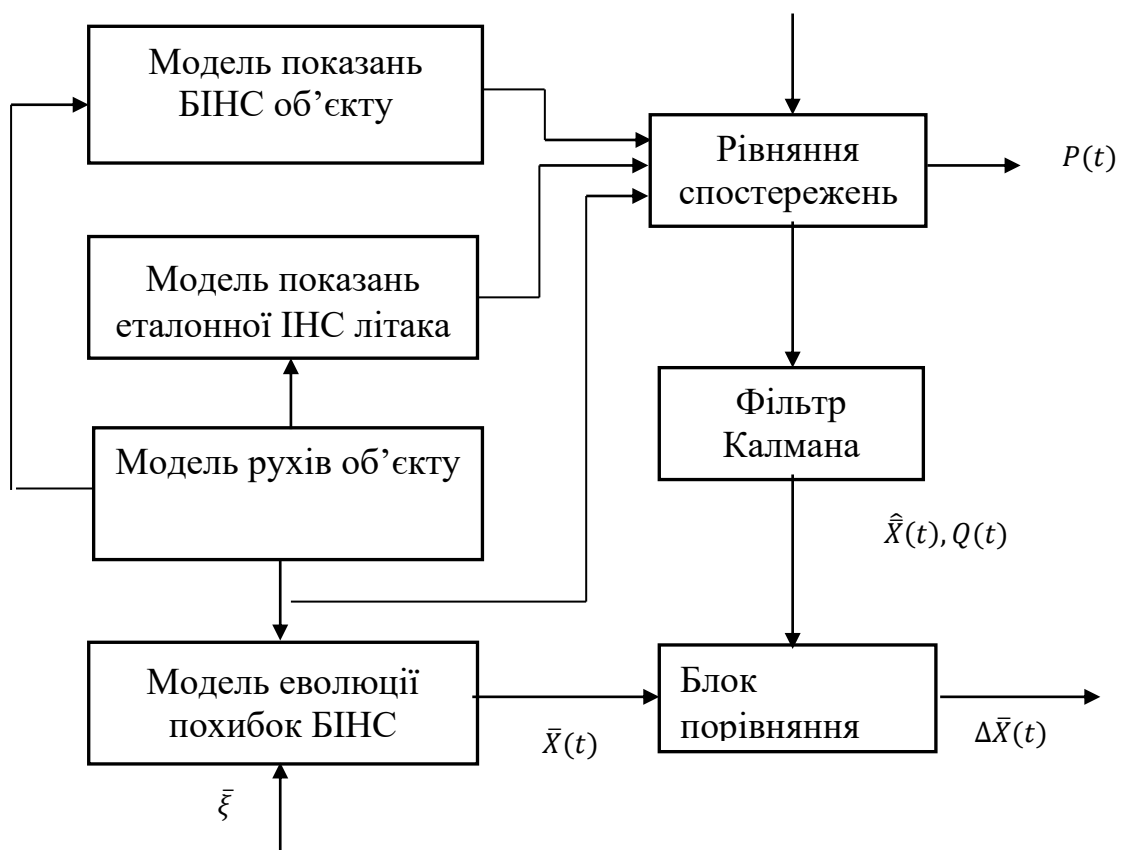


Рис. 3.1 Схема математичного моделювання ПВ БІНС

ВИСНОВКИ

Змн.	Арк	№ докум	Підпис	Дата

В ході дослідження було проведено патентний пошук, після якого було обрано метод вирішення задачі ПВ. Розроблено математичні моделі похибок БІНС, МЕМС-акселерометрів та фільтра Калмана. Побудовано алгоритми роботи оптимального фільтра Калмана та моделювання ПВ. Встановлено вплив характеристик точності акселерометрів на точність початкової виставки БІНС по інформації від еталонної ІНС.

Дане дослідження показало, що вплив похибок акселерометрів на початкову виставку БІНС є дуже значним та небезпечним за неврахування їх у початкові дані. Так як систематичні похибки акселерометрів мають здатність накопичуватись, то їх неврахування призведе до підсумкового визначення хибних координат в результаті чого задача визначення орієнтації не буде визначена. Математичне моделювання виявило ряд впливаючих параметрів орієнтації, з урахуванням похибок яких була сформована перевірка розроблених алгоритмів у режимі початкової виставки за допомогою програмного середовища MatLab. Досліджено отримані алгоритми на стійкість до неадекватності апріорної інформації (в тому числі урахування відмінності білих шумів) математичну модель оптимального фільтра Калмана.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Змн.</i>	<i>Арк</i>	<i>№ докум</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		49

1. Матвеев В. В. Инерциальные навигационные системы : учеб. пос. / В. В. Матвеев. – Тула : издательство ТулГУ, 2012. – 199 с.
2. Джунг Х.С., Хан Д.К., Ким Т.Х. Оценка и коррекция начальной ориентации БИНС и смещения нулей инерциальных датчиков с использованием данных от внешней системы / Х.С. Джунг, Д.К. Хан, Т.Х. Ким. // Гироскопия и Навигация. –2010. – №3(70).
3. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.В. Матвеев, В.Я. Распопов; под общ. ред. В.Я. Распопова. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор»», 2009. – 280 с.
4. Барабанов О. О. Математические задачи дальномерной навигации / О. О. Барабанов, Л. П. Барабанова. – М. : Физматлит, 2007. – 272 с.
5. Перов А. И. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / А. И. Перов, В. Н. Харисов. – М. : Радиотехника, 2010. – С. 800-803.
6. Тяпкин В. Н. Методы определения навигационных параметров подвижных средств с использованием спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС : монография / В. Н. Тяпкин, Е. Н. Гарин. — Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2012. – 260 с.
7. Анучин О. Н. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / О. Н. Анучин, Г. И. Емельянцеv 1999. – 357 с.
8. Мелешко В.В., Нестеренко О.И. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы. Учебное пособие. – Кировоград: ПОЛИМЕД – сервис. 2011. – С. 171 - 172.
9. Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 45. «Сопровождающее моделирование в процессе лётных испытаний беспилотных летательных аппаратов» А.В Матвеев, А.А Махуков. [Электронный ресурс] - <http://trudymai.ru/published.php?ID=25328>
10. Савельев В.М., Антонов Д.А. Выставка бесплатформенной инерциальной навигационной системы беспилотного летательного аппарата на подвижном основании. Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 45. [Электронный ресурс] - <http://trudymai.ru/published.php?ID=25328>

11. А.А.Лебедев и Л.С.Чернобровкин «Динамика полета беспилотных летательных аппаратов». Учебное пособие для вузов. – Издание 2-е, переработанное и дополненное. – Москва: Машиностроение, 1973. – 616 с.

12. А.Е. Юрьевна Некоторые задачи бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). – Москва. – 2016. – С. 56-60.

13. Кузнецов А.Г., Портнов Б.И., Измайлов Е.А. «Современные бесплатформенные инерциальные навигационные системы двух классов точности». // Труды МИЭА. «Навигация и управление летательными аппаратами» № 8, 2014. - 7 с.

14. Веремеенко К.К., Кошелев Б.В., Соловьев Ю.А., «Анализ состояния разработок интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем» // Новости навигации 2010 № 4. – 32 с.

15. Woodman O.J. «An interoduction to inertial navigation». // University of Cambridge Laboratory. 2007. – С. 72-75.

16. Дмитроченко Л.А., Гора В.П., Савинов Г.Ф., «Бесплатформенные инерциальные навигационные системы», – М.: МАИ, 1984. – С. 17- 19.

17. Савинов Г.Ф. «Применение оптимальной фильтрации при построении навигационных комплексов», – М.: МАИ, 1980. – С. 41- 45.

18. Алешин Б. С., Афонин А. А., Веремеенко К.К. и др. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные навигационные технологии / Под ред. Алешина Б.С., Веремеенко К.К., Черноморского А.И. — М.: Физматлит, 2006. – С. 219 - 222.

19. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.

20. Захарін Ф.М., Пономаренко С.О. Адаптивний алгоритм початкової виставки безплатформової інерціальної навігаційної системи на рухомому об'єкті // Збірник наукових праць Державного науково дослідного інституту авіації. Випуск (8) 1. 2005. – С. 71–81.

21. Захарин Ф.М. Методы и алгоритмы прикладного анализа. Вып. 2. Статистическая фильтрация. – Киев: КВВАИУ, 1978, – 148 с.

22. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1990, – 208 с.

23. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.

24. Жидкова Н.В., Волков В.Л. Арзамасский политехнический институт – филиал Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2015. – 196 с.

					<i>ВЛг61106.16.77.00.001ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Змн.</i>	<i>Арк</i>	<i>№ докум</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дата</i>		52